

Εξέταση στις Προχωρημένες Τεχνικές Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

Όνοματεπώνυμο Σπουδαστή:

Αριθμός Μητρώου:

Θέμα 1^ο (Μονάδες 2.5). Αν Φ είναι η μήτρα διέλευσης κατάστασης του συστήματος

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 3t + 10t^3 & -6t^3 \\ 12t^3 & 3t - 7t^3 \end{bmatrix} x$$

να δοθεί η $\Phi(t, 0)$.

Θέμα 2^ο (Μονάδες 2.5). Ναδειχθεί ότι αν για το σύστημα

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & \alpha \\ \beta & -2 \end{bmatrix} x$$

ισχύουν $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $x_1(0) > 0$ και $x_2(0) > 0$, έπεται ότι $x_1(t) > 0$ και $x_2(t) > 0$ για κάθε χρονική στιγμή $t > 0$.

Θέμα 3^ο (Μονάδες 2.5). Να βρεθούν οι αναγκαίες και ικανές συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι α και β ώστε για το σύστημα

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u$$

με $u \in [0, 1]$ και αρχικές συνθήκες $x_1(0) = x_2(0) = 0$ η είσοδος που ελαχιστοποιεί το κριτήριο $\frac{\alpha}{2}x_1(1)^2 + \frac{\beta}{2}x_2(1)^2 + \int_0^1 u(t)dt$ είναι $u(t) = 1$ για $t \in [0, 1/2]$, $u(t) = 0$ για $t \in (1/2, 1]$.

Θέμα 4^ο (Μονάδες 2.5). Θεωρείστε το ακόλουθο σύστημα:

$$\dot{x} = 2x + u_1 + u_2.$$

Ια. Αν γνωρίζουμε ότι $u_2(t) = k_2(t)x(t)$, όπου $k_2(t)$ γνωστή συνάρτηση, να βρεθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν το $u_1(t)$ σε κλειστό βρόχο ώστε να ελαχιστοποιείται το κριτήριο $J_1 = x(1)^2 + \int_0^1 (x(t)^2 + u_1(t)^2)dt$.

Ιβ. Αν γνωρίζουμε ότι $u_1(t) = k_1(t)x(t)$, όπου $k_1(t)$ γνωστή συνάρτηση, να βρεθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν το $u_2(t)$

σε κλειστό βρόχο ώστε να ελαχιστοποιείται το κριτήριο $J_2 = x(1)^2 + \int_0^1 (x(t)^2 + u_2(t)^2) dt$.

- Iγ. Να βρεθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν τις συναρτήσεις k_1^* , k_2^* αν γνωρίζουμε ότι η k_1^* ισούται με το κέρδος ανατροφοδότησης στη λύση του υποερωτήματος Iα για την περίπτωση $k_2 = k_2^*$ και ότι η k_2^* ισούται με το κέρδος ανατροφοδότησης στη λύση του υποερωτήματος Iβ για την περίπτωση $k_1 = k_1^*$. (Στην περίπτωση αυτή το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία Nash).
- II. Να βρεθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν τα $u_1(t)$, $u_2(t)$ σε κλειστό βρόχο ώστε να ελαχιστοποιείται το κριτήριο $J_1 + J_2$, όπου J_1 , J_2 όπως ορίστηκαν στα προηγούμενα υποερωτήματα.
- III. Σχολιάστε τη σχέση των τιμών του κριτηρίου $J_1 + J_2$ που αντιστοιχούν στις λύσεις των υποερωτημάτων Iγ και II.

Διάρκεια εξέτασης: 3:00'

Όλες οι απαντήσεις πρέπει να είναι επαρκώς αιτιολογημένες.

Καλή Επιτυχία.