

Εξέταση στις Προχωρημένες Τεχνικές Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

Όνοματεπώνυμο Σπουδαστή:

Αριθμός Μητρώου:

Θέμα 1 (Μονάδες 2,25): Έστω το ακόλουθο σύστημα:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix} u.$$

Εξετάστε για ποιες αρχικές συνθήκες $x(0)$ υπάρχει έλεγχος $u(t)$ έτσι ώστε να ισχύει:

$$V(x(0), x(1), x(2), x(3)) = 1,$$

όπου $V(z_1, z_2, z_3, z_4)$ ο όγκος της πυραμίδας με κορυφές z_1, z_2, z_3, z_4 . (υπενθύμιση για διανύσματα v_1, v_2, v_3 ο όγκος της πυραμίδας με κορυφές $0, v_1, v_2, v_3$ είναι $V = \frac{1}{6} \det(v_1, v_2, v_3)$)

Θέμα 2 (Μονάδες 2,25): Έστω οι παρακάτω πίνακες:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ και } A_2 = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Θεωρήστε επίσης το σύστημα:

$$\dot{x} = \begin{cases} A_1 x & \text{όταν } t \in [k, k+1), \quad k \text{ άρτιος} \\ A_2 x & \text{όταν } t \in [k, k+1), \quad k \text{ περιττός} \end{cases}$$

Να δείξετε ότι $\|x(t)\| \rightarrow 0$ όπως το e^{-3t} .

Θέμα 3 (Μονάδες 2,25): Έστω το παρακάτω σύστημα:

$$\dot{x} = u$$

και το κριτήριο κόστους:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (qx^2 + u^2) dt.$$

(i) Να βρεθεί ο βέλτιστος ελεγκτής για $q = 9$, $T = 100$, στη μορφή κλειστού βρόχου.

(ii) Να βρεθεί το ποσοστό αύξησης του κόστους αν αντί του βέλτιστου ελεγκτή, χρησιμοποιηθεί ο ελεγκτής που θα βελτιστοποιούσε το κριτήριο απείρου χρόνου: $T = \infty$. Θεωρήστε ότι $x(0) = 1$.

Θέμα 4 (Μονάδες 2,25): Έστω το σύστημα:

$$x_{k+1} = x_k + u_k, \quad u_k \in \{0,1\} \text{ και } x(0) = 1$$

και το κριτήριο κόστους:

$$J = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + (x_3 - 2)^2 + u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + x_2 u_2.$$

(i) Να βρεθεί ο βέλτιστος ελεγκτής που ελαχιστοποιεί το J , με χρήση δυναμικού προγραμματισμού.

(ii) Να βρεθεί το ελάχιστο κόστος.

Διάρκεια Εξέτασης :2:30'

Όλες οι απαντήσεις πρέπει να είναι επαρκώς αιτιολογημένες.

Καλή Επιτυχία.