

Εξέταση στις Προχωρημένες Τεχνικές ΣΑΕ

Όνοματεπώνυμο Σπουδαστή:

Αριθμός Μητρώου:

Θέμα 1^ο (Μονάδες 2.5) Να λυθεί το πρόβλημα (rendezvous):

$\min T$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= x_1 + u_1, & \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= x_2 + u_2, \\ \frac{dx_1(0)}{dt}, x_1(0), & & \frac{dx_2(0)}{dt}, x_2(0) & \text{ γνωστά,} \\ |u_1| &\leq 1, & |u_2| &\leq 1 \\ x_1(T) &= x_2(T), & \frac{dx_1(T)}{dt} &= \frac{dx_2(T)}{dt} \end{aligned}$$

Θέμα 2^ο (Μονάδα 1). Το σύστημα $\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$ είναι stabilizable (δηλαδή για κάποιο K , ισχύει ότι $\text{Real Part Eigenvalue}(A + BK) < 0$).

a)(0.5points) Ισχύει το ίδιο για το $\frac{dx}{dt} = (A + BL)x(t) + Bu(t)$, όπου L δοσμένη αυθαίρετη μήτρα, η όχι.

b)(0.5points) Σε ποιες περιπτώσεις ισχύει το ίδιο για το $\frac{dx}{dt} = -Ax(t) + Bu(t)$.

Θέμα 3^ο (Μονάδες 1.5). Η μήτρα:

$$\begin{bmatrix} a & b & c & -5 & 0.5 & 0.6 \\ d & e & f & 0.5 & -3 & 0 \\ g & h & k & 0.6 & 0 & -4 - f^2 \\ -5 - a^2 & 0 & 1 & -a & -d & -g \\ 0 & 0 & 0 & -b & -e & -h \\ 1 & 0 & -3 & -c & -f & -k \end{bmatrix}$$

έχει ιδιοτιμές $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$, όπου $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = -3 + 2\sqrt{-1}$. Να ευρεθούν οι τιμές των $\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$.

Θέμα 4^ο (Μονάδες 1.7). Θεωρήστε το πρόβλημα:

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) + bu(t)$$

$$\min J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (qx^2(t) + u^2(t)) dt$$

Να ευρεθεί πότε είναι η βέλτιστη λύση είναι πιο ευαίσθητη σε λάθη στη μέτρηση του a , παρά σε λάθη στη μέτρηση του b .

Θέμα 5 (Μονάδες 2.3) Θεωρήστε το σύστημα $\dot{x} = Ax + Bu$, με A, B ελέγξιμο και $x(0) = x_0 \neq 0$. Θεωρήστε επίσης τα κριτήρια κόστους:

$$J_i = x(T)^T Q_i x(T) + \int_0^T (x^T x + u^T u) dt \quad i = 0, 1, 2, \quad Q_i = i \times I, \quad T > 0$$

Έστω J_i^* , $i = 1, 2$ η ελάχιστη τιμή του J_i για $x(T)$ ελεύθερο και J_0^* η ελάχιστη τιμή του J_0 για $x(T) = 0$. Να συγκρίνετε τις τιμές των J_0^* , J_1^* και J_2^* .

Διάρκεια εξέτασης: 3:00'

Όλες οι απαντήσεις πρέπει να είναι επαρκώς αιτιολογημένες.

Καλή Επιτυχία.