ΕΜΠ–ΣΗΜΜΥ 18-02-2010

Εξέταση στα Προχωρημένα ΣΑΕ

Ονοματεπώνυμο Σπουδαστή:

Αριθμός Μητρώου:

Θέμα 1ο. Θεωρούμε το ακόλουθο σύστημα:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \qquad\qquad x(t) \in \mathbb{R}^{10} \\ y &= Cx + Du, \end{aligned}$$

του οποίου η συνάρτηση μεταφοράς ισούται με

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = \frac{s+1}{s^3 - 6s^2 + 11s - 6}.$$

Εάν είναι γνωστό ότι $rank[B|AB|\dots|A^9B] = 7$, να δειχτεί ότι

$$rank \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^9 \end{bmatrix} \neq 7.$$

Θέμα 2ο. Για το σύστημα $\dot{x} = u,\ 0 \leq t \leq T,\ 0 \leq q_0,\ 0 \leq q_f,\ 0 \leq q$ και το κριτήριο προς ελαχιστοποίηση

$$J = q_0\left(x\left(0\right) - 1\right)^2 + q_f\left(x\left(T\right) - 1\right)^2 + \int_0^T \left(qx^2 + u^2\right) dt$$

I. Να γραφούν οι εξίσωσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή της αρχής του Pontryagin.

II. Για $T = \ln 2,\ q_0 = 2,\ q_f = 3,\ q = 1$ να βρεθεί το βέλτιστο $u(t)$.

Θέμα 3ο. Έστω το σύστημα

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_k,\ x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ k = 0, 1, 2, \dots.$$

Να βρεθούν τα u_0, u_1 που μεγιστοποιούν το $J = ||x_1||_2^2 + ||x_2||_2^2$ υπό τους περιορισμούς $|u_0| \leq 1,\ |u_1| \leq 1$.

Διάρκεια εξέτασης: 3:00′

Τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.

Όλες οι απαντήσεις πρέπει να είναι επαρκώς αιτιολογημένες.

Καλή Επιτυχία.