ΕΜΠ–ΣΗΜΜΥ 20-09-2010

Εξέταση στα Μη Γραμμικά Συστήματα

Ονοματεπώνυμο Σπουδαστή:

Αριθμός Μητρώου:

Θέμα 1ο(Μονάδα 1.5). Δίνεται το ακόλουθο σύστημα:

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = -x_1^3 + x_2 + u$

Να βρεθεί ελεγκτής της μορφής $u = u(x_1, x_2)$ που καθιστά το σημείο $(1, 0)$ ασυμπτωτικά ευσταθές σημείο ισορροπίας.

Θέμα 2ο(Μονάδες 2). Δίνεται το ακόλουθο σύστημα:

$\dot{x}_1 = x_1 + x_1x_2 + x_2$

$\dot{x}_2 = x_2 - x_1^2 - x_1^2x_2$

Να βρεθεί μία περιοχή η οποία περιλαμβάνει το $(0, 0)$ και η οποία δεν μπορεί να περιέχει οριακό κύκλο.

Θέμα 3ο(Μονάδες 2). Έστω σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς $G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+5)}$. Να βρεθούν τα $k > 0$ ώστε αν ισχύει $u = -\phi(y)$ όπου u, y η είσοδος και η έξοδος του συστήματος με τη ϕ να ανήκει στον τομέα $[0,k]$, να έχουμε ευστάθεια του συστήματος κλειστού βρόχου.

Θέμα 4ο(Μονάδες 2). Δίνεται το ακόλουθο σύστημα:

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = -x_1 - x_1^2 - x_2$

Να δείξετε ότι το σημείο $(0, 0)$ είναι ασυμπτωτικά ευσταθές σημείο ισορροπίας και να δοθεί μία εκτίμηση του πεδίου έλξης. Είναι το σημείο αυτό ολικά ασυμπτωτικά ευσταθές;

Θέμα 5ο(Μονάδες 3). Θεωρείστε το παρακάτω σύστημα:

$\dot{x}_1 = f(x_1) + x_2$

$\dot{x}_2 = x_1 - x_2 + u$

$y = x_1$

με τη συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ να είναι συνεχώς παραγωγίσιμη.

I. Αν οι f, f' είναι γνωστές και ισχύει $f(0) = 0$, να σχεδιαστεί ελεγκτής της μορφής $u = u(x_1, x_2)$ που καθιστά το σημείο ισορροπίας (0,0) του συστήματος ολικά ασυμπτωτικά ευσταθές.

II. Αν ισχύει $f(x) = \alpha x + \beta$ με το α γνωστό αλλά το β άγνωστο, να δείξετε ότι υπάρχει ελεγκτής ώστε για οποιεσδήποτε αρχικές συνθήκες του υπό έλεγχο συστήματος και οποιαδήποτε τιμή του β, τόσο οι μεταβλητές κατάστασης όσο και η είσοδος να είναι φραγμένες και επιπλέον η έξοδος y να τείνει στο 0 καθώς $t \to \infty$.

Διάρκεια εξέτασης: 3:00′
Όλες οι απαντήσεις πρέπει να είναι επαρκώς αιτιολογημένες.
Καλή Επιτυχία.