

Εξέταση στα Μη Γραμμικά Συστήματα

Όνοματεπώνυμο Σπουδαστή:

Αριθμός Μητρώου:

Θέμα 1^ο(Μονάδα 1). Δίνεται το ακόλουθο σύστημα:

$$\dot{x}_1 = \cos x_1 + x_1^2 + \sin x_2 - \cos x_2$$

$$\dot{x}_2 = 1 + \sin x_1 + u$$

Να βρεθεί ελεγκτής της μορφής $u = u(x_1, x_2)$ που καθιστά το σημείο $(0, 0)$ ασυμπτωτικά ευσταθές σημείο ισορροπίας.

Θέμα 2^ο(Μονάδα 1.5). Έστω ότι για το σύστημα $\dot{x} = f(x)$ οι συναρτήσεις $V_1(x)$, $V_2(x)$ είναι συναρτήσεις Lyapunov στα πεδία $\{x : V_i(x) < \alpha_i\}$, $i = 1, 2$. Να δείξετε ότι αν ορίσουμε $R_i(x) = \alpha_i - V_i(x)$ και $R_\cup = R_1 + R_2 + \sqrt{R_1^2 + R_2^2} - \gamma R_1 R_2$ με $\gamma \in (0, 2)$, τότε η συνάρτηση $R_\cup(0) - R_\cup(x)$ είναι συνάρτηση Lyapunov για το δοθέν σύστημα.

Θέμα 3^ο(Μονάδα 1.5). Δίνεται το ακόλουθο σύστημα:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + x_1^2 - x_2$$

Να δείξετε ότι το σημείο $(0, 0)$ είναι ασυμπτωτικά ευσταθές σημείο ισορροπίας και να δοθεί μία εκτίμηση του πεδίου έλξης. Είναι το σημείο αυτό ολικά ασυμπτωτικά ευσταθές;

Θέμα 4^ο(Μονάδες 2). Έστω σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς $G(s) = \frac{1-s}{(s+1)(s+2)}$. Να βρεθεί $k > 0$ ώστε αν ισχύει $u = -\phi(y)$, όπου u, y η είσοδος και η έξοδος του συστήματος, με τη ϕ να ανήκει στον τομέα $[0, k]$ να έχουμε ευστάθεια του συστήματος κλειστού βρόχου.

Θέμα 5^ο(Μονάδες 2.5). Θεωρείστε το ακόλουθο σύστημα

$$\dot{x}_1 = x_1 g(x_1^2 + x_2^2) - x_2 h(x_1^2 + x_2^2)$$

$$\dot{x}_2 = x_2 g(x_1^2 + x_2^2) + x_1 h(x_1^2 + x_2^2)$$

Αν $g(x) = (1-x)^3(2-x)$ και $h(x) = (1+x)/2$, ναδειχθεί ότι το σύνολο $x_1^2 + x_2^2 = 1$ είναι ευσταθές και να βρεθεί το αντίστοιχο πεδίο έλξης.

Θέμα 6^ο(Μονάδες 2.5). Να βρεθεί νόμος ελέγχου που καθιστά το σημείο $(0, 0)$ του συστήματος

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + u + k \sin \omega t$$

ολικά ασυμπτωτικά ευσταθές, αν u είναι η είσοδος ελέγχου ενώ ω , k , είναι γνωστή και άγνωστη παράμετρος αντίστοιχα.

Διάρκεια εξέτασης: 3:00'

Όλες οι απαντήσεις πρέπει να είναι επαρκώς αιτιολογημένες.

Καλή Επιτυχία.